

Analisi I - IngBM - 2013-14
COMPITO – 20.12.2013

COGNOME MATRICOLA

NOME..... VALUTAZIONE + =

ISTRUZIONI

Il compito è composto di due parti. La prima parte deve essere svolta preliminarmente. Essa verrà corretta per prima e valutata con un punteggio di $0 \leq x \leq 10$ punti. Condizione necessaria affinché venga preso in considerazione l'eventuale svolgimento della seconda parte è che $x \geq 6$. In tal caso la seconda parte viene valutata con un punteggio di $0 \leq y \leq 24$ punti. Il compito sarà sufficiente per l'ammissione alla prova orale se $x + y \geq 19$. In tal caso il voto di ammissione all'orale sarà $v/30$, dove $v = \min(28, x + y)$.

PRIMA PARTE

Esercizio 0 (punti 0). Leggere e capire le istruzioni.

Esercizio 1 (punti 2). Per quali $n \in \mathbb{N}$ è vera la seguente disuguaglianza?

$$2^n + 4^n \leq 5^n$$

Esercizio 2 (punti 2).

- a) Determinare il più grande sottoinsieme D di \mathbf{R} tale che la formula $f(x) = \sqrt{\log(\cos(x))}$ definisca una funzione $f : D \rightarrow \mathbf{R}$.
- b) Determinare $\text{Int}D = \{x \in \mathbf{R} | x \text{ è interno a } D\}$

a) $D =$
Perché

b) $\text{Int}D =$

Esercizio 3 (punti 2). Disegnare il grafico della funzione

$$f(x) = \arctan(x) + \text{arccotan}(x)$$

Esercizio 4 (punti 4). Sia $f(x) = x - [x]$

(1) Calcolare $I = \int_0^1 f(t) dt$

(2) Esiste $L \in \overline{\mathbf{R}}$ tale che $L = \lim_{x \rightarrow +\infty} \int_0^x f(t) dt$?

a) $I =$

b) SI. $L =$

NO. Perché

1. SECONDA PARTE

Esercizio 1 (punti 3). Siano A, B, C tre insiemi finiti. Provare che $|A \cup B \cup C| = |A| + |B| + |C| - |A \cap B| - |A \cap C| - |C \cap B| + |A \cap B \cap C|$

Esercizio 2 (punti 12). Si consideri la funzione razionale

$$f(x) = \frac{x^2 + x + 1}{x^2 - 3x + 2}$$

(1) Determinare l'insieme A di definizione della funzione

(2) Determinare l'insieme degli x tali che $f(x) < 0$

(3) Determinare le equazioni degli eventuali asintoti.

(4) Dire se esiste un punto di massimo relativo nell'intervallo $(1, 1000)$

- (5) Dire se esiste un punto di minimo relativo nell'intervallo $(-1000, -3)$

- (6) Dire se esiste un $x \in (1, 2)$ tale che $f(x) = -10^{10}$

- (7) Dire se la funzione $f : A \rightarrow \mathbf{R}$ è iniettiva

- (8) Dire se la funzione $f : A \rightarrow \mathbf{R}$ è surgettiva

Esercizio 3 (punti 9).

- (1) Determinare la soluzione generale dell'equazione omogenea

$$\cos x y' + \sin x y = 0$$

$y =$

- (2) Determinare una soluzione particolare dell'equazione

$$\cos x y' + \sin x y = 1$$

$y =$

- (3) Determinare la soluzione generale dell'equazione

$$\cos x y' + \sin x y = 1$$

$y =$