

Analisi I BM - 2013-14 - Esercizi, foglio 7.

Le nozioni che intervengono negli esercizi sono definite nelle dispense messe in rete. Per risolvere gli esercizi si possono utilizzare tutti gli strumenti del calcolo differenziale sviluppati per studiare le forme indeterminate ecc.

Esercizio 1. Calcolare $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos(x) - e^{-x^2/2}}{(\sin(x))^4}$

Esercizio 2. Calcolare $\lim_{x \rightarrow 0} (\cos(x))^{1/x^2}$.

Esercizio 3. Data $f(x) = \sin(x^2) - x^2$, determinare $n \in \mathbb{N}$ e $a \in \mathbb{R}$, $a \neq 0$, tale che $f(x) = ax^n(1 + \epsilon(x))$ dove $\lim_{x \rightarrow 0} \epsilon(x) = 0$.

Esercizio 4. Data $f(x) = x^3 \sin^2(x) + (1+x)^4$, determinare una funzione polinomiale di terzo grado $p(x) = a_0 + a_1x + a_2x^2 + a_3x^3$ tale che $f(x) = p(x) + x^n\epsilon(x)$, dove $\lim_{x \rightarrow 0} \epsilon(x) = 0$.

Esercizio 5. (a) Determinare l'asintoto della funzione $f(x) = \sqrt[3]{1+x^2+x^3}$ per $x \rightarrow +\infty$.

(b) Determinare la posizione del grafico di f rispetto all'asintoto per $x \rightarrow +\infty$ (cioè il grafico sta definitivamente sotto l'asintoto? Sopra? Oscilla intorno all'asintoto?)

Esercizio 6. (a) Determinare la retta tangente al grafico della funzione $f(x) = \sinh(\sin(x))$ nel punto $(0, f(0))$.

(b) Determinare la posizione del grafico rispetto alla retta tangente quando $x \rightarrow 0$.

Esercizio 7. Determinare l'asintoto e la posizione del grafico rispetto all'asintoto per $x \rightarrow +\infty$ della funzione $f(x) = \log(\cosh(x))$.