

Analisi I BM - 2013-14 - Esercizi, foglio 1.

Esercizio 1. Dimostrare che per ogni $n \geq 0$, $n(n^2 + 5)$ è un multiplo di 6.

Esercizio 2. Determinare il minimo intero $n_0 \geq 0$ tale che per ogni $n \geq n_0$ sia vera la disuguaglianza $7^n \geq 2^n + 6^n$.

Esercizio 3. Determinare il minimo intero $n_0 \geq 0$ tale che per ogni $n \geq n_0$ sia vera la disuguaglianza $3^n \leq n!$.

Esercizio 4. Dimostrare che per ogni $n \geq 1$, $\sum_{i=1}^n i^3 = \left[\frac{n(n+1)}{2}\right]^2$.

Esercizio 5. Dimostrare che per ogni $n \geq 1$, $\sum_{i=1}^n (2i - 1) = n^2$.

Esercizio 6. Determinare il minimo intero $n_0 \geq 0$ tale che per ogni $n \geq n_0$ sia vera la disuguaglianza $3^n \geq n2^n$.

Esercizio 7. Sia x un fissato numero reale tale che $0 \leq x < 1$. Dimostrare che per ogni intero $n \geq 0$, $(1 - x)^n \geq 1 - nx$.

Esercizio 8. Sia m un fissato numero intero tale che $2 \leq m$. Dimostrare che per ogni intero $n \geq 1$, $m^{2n} - 1$ è un multiplo di $m^2 - 1$.