

Analisi I - IngBM - 2018-19

Compito 8/6/2019

COMPITO A

COGNOME NOME

MATRICOLA VALUTAZIONE + =

1. ISTRUZIONI

Gli esercizi devono essere svolti negli appositi spazi del presente fascicolo; solo questo sarà ritirato e valutato. I fogli a quadretti messi a disposizione possono essere usati liberamente ma in nessun caso saranno ritirati. Il compito è composto di due parti. La prima parte deve essere svolta preliminarmente. Essa verrà corretta per prima e valutata con un punteggio di $0 \leq x \leq 10$ punti. Condizione necessaria affinché venga preso in considerazione l'eventuale svolgimento della seconda parte è che $x \geq 6$. In tal caso la seconda parte viene valutata con un punteggio di $0 \leq y \leq 24$ punti. Il compito sarà sufficiente per l'ammissione alla prova orale se $x + y \geq 18$. In tal caso il voto di ammissione all'orale sarà $v = \min(28, x + y)$.

Attenzione. Tutte le risposte devono essere giustificate.

2. PRIMA PARTE

Esercizio 0 (punti 0). Leggere e capire le istruzioni.

Esercizio 1. (3 punti) Sia $\{a_n\}$ una successione monotona tale che $\lim_{k \rightarrow \infty} a_{2k+1} \neq \pm\infty$

Studiare il comportamento (convergente, divergente o irregolare) della successione $\{a_n\}$

SOLUZIONE.

Esercizio 2. (3 punti)

Sia a un numero reale positivo. Si consideri la successione definita per ricorrenza

$$a_0 = a \quad a_{n+1} = \sqrt{1 + a_n}$$

Provare (per induzione) che se a non è un numero razionale allora nessuno degli a_n lo è.

SOLUZIONE.

Esercizio 3. (4 punti)

Dire quante radici complesse del polinomio $z^4 + 2z^2 + 2$ sono nel primo quadrante e quante nel terzo.

SOLUZIONE.

Il numero delle radici nel primo quadrante è
nel terzo quadrante è
perché

3. SECONDA PARTE

Esercizio 1. (8 punti)

Si consideri la funzione $f : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$ definita da $f(x) = e^{|\sin x|}$. Determinare (se esistono):

- (1) L'insieme dei punti C di \mathbf{R} dove la funzione f è continua.
- (2) L'insieme dei punti D di \mathbf{R} dove la funzione f è derivabile.
- (3) I punti di minimo e massimo locale della funzione f .
- (4) I punti di minimo e massimo assoluto della funzione f .
- (5) Gli asintoti del grafico della funzione f .

SOLUZIONE.

• $C =$

• $D =$

• I punti di minimo locale sono

• I punti di massimo locale sono

• I punti di minimo assoluto sono

• I punti di massimo assoluto sono

• Gli asintoti della funzione sono

•

Esercizio 2. (8 punti) Sia f una funzione derivabile da \mathbf{R} a \mathbf{R} periodica.

- Provare che f è limitata
- Provare che f' si annulla
- Dire se f' è periodica.

SOLUZIONE.

Esercizio 3. (8 punti)

Si trovi la soluzione dell'equazione differenziale

$$y'' + y = \cos x$$

tale che $y(0) = 0$

SOLUZIONE.