

---

# Seminari dei Baby-Geometri

Seminari informali di Ricercatori, Assegnisti, Dottorandi e Studenti, su argomenti di Geometria, Topologia e dintorni

A.A. 2013/2014

---

**Organizzatori:**

Antonio Alfieri

Daniele Celoria

Giovanni Mascellani

Stefano Riolo

---

# Relatori

- ▷ Antonio Alfieri
- ▷ Daniele Angella
- ▷ Fabrizio Bianchi
- ▷ Giulio Belletti
- ▷ Giulio Bresciani
- ▷ Simone Calamai
- ▷ Alberto Cavallo
- ▷ Daniele Celoria
- ▷ Carlo Collari
- ▷ Roberto Frigerio
- ▷ Francesco Geraci
- ▷ Kirill Kuzmin
- ▷ Francesco Lin
- ▷ Alessandro Malusà
- ▷ Carlo Mantegazza
- ▷ Marco Marengon
- ▷ Lorenzo Mazzieri
- ▷ Leone Slavich
- ▷ Alexandru Suciu
- ▷ Federico Vigolo

# Seminari dei Baby-Geometri

---

Martedì 17 Dicembre 2013  
Ore 11:30  
Dipartimento di Matematica,  
Aula Magna

## Dai sistemi hamiltoniani all'omologia di Floer

Francesco Lin

Massachusetts Institute of Technology (MIT)

---

### Abstract

Un problema naturale nello studio dei sistemi hamiltoniani è capire se essi abbiano orbite periodiche, ed in tal caso avere una stima sul numero di esse. Per studiare questa questione Floer introdusse negli anni '80 quella che è oggi nota come Hamiltonian Floer homology, un analogo infinito dimensionale dell'omologia di Morse-Witten. Lo spirito di questa costruzione è poi stato adattato a molti altri problemi in geometria simplettica ed in topologia in dimensione bassa, con risultati spesso sorprendenti. In questo seminario discuteremo le idee principali ed i problemi tecnici dell'omologia di Floer in generale, prendendo come modello il caso originale di Floer.

---

○

# Seminari dei Baby-Geometri

---

Martedì 04 Febbraio 2014  
Ore 17:00  
Dipartimento di Matematica,  
Sala Seminari

## Weird definitions of $\text{Spin}^{\mathbb{C}}$ structure (especially for 3-manifolds)

Marco Marengon  
Imperial College

---

### Abstract

$\text{Spin}^{\mathbb{C}}$  structures, which are a kind of complexification of  $\text{Spin}$  structures, turn out to be very useful in low-dimensional topology, especially when studying Heegaard-Floer homology of 3-manifolds. However, the fact that there are several definitions of  $\text{Spin}^{\mathbb{C}}$  structure, along with the fact that the proof of the equivalence of all of them is spread on a number of Russian papers, sometimes makes reading an article on the subject quite hard. After giving some motivations for  $\text{Spin}^{\mathbb{C}}$  structures, I'll try to go through some of the most popular definitions of them and to give an idea of why they are all equivalent.

---

○

# Seminari dei Baby-Geometri

---

Venerdì 07 Febbraio 2014  
Ore 11:30  
Dipartimento di Matematica,  
Aula 1

## The $k$ Julia sets of a holomorphic endomorphism of $\mathbb{P}^k(\mathbb{C})$

Fabrizio Bianchi

University of Pisa - Université "Paul Sabatier"

---

### Abstract

Given a degree  $d$  rational map  $f : \mathbb{P}^1(\mathbb{C}) \rightarrow \mathbb{P}^1(\mathbb{C})$ , we have the following partition of the space  $\mathbb{P}^1(\mathbb{C})$ : the Fatou set  $\mathcal{F}$ , where the sequence of the iterates  $f^{on}$  of  $f$  is equicontinuous and its complementary set  $\mathcal{J}$ , where we can think is concentrated the caotical behaviour of  $f$ .

There is another useful characterization of the Julia set, as the support of the so called "equilibrium measure". This is the (unique) measure  $\mu$  with the following property: for almost every  $a \in \mathbb{P}^1(\mathbb{C})$ , we have that

$$\frac{1}{d^n} \sum_{f^n(w)=z} \delta_w \rightarrow \mu.$$

When trying to pass to  $\mathbb{P}^2(\mathbb{C})$ , we see that these two characterizations of the Julia set are not longer equivalent. In particular, the so-called  $J_2$ , the support of an analogous equilibrium measure for this case, found pulling back the generic  $\delta_a$ 's, is in general strictly contained in the so-called  $J_1$ , the non-equicontinuity set for the iterates. This last is found pulling-back the integration currents of the hypersurfaces (a generalization of the  $\delta_a$  for the points), and considering the support of the limit current. In dimension  $k$  we see that (for generic endomorphisms), pulling-back the integration currents of codimension  $k$  subvarieties we get limits currents with in general different supports, still satisfying a stratification rule.

I shall explain this phenomenon, aiming at keeping the prerequisites as low as possible, giving examples of the various Julia sets I will talk about.

# Seminari dei Baby-Geometri

---

Venerdì 14 febbraio 2014  
Ore 17:00  
Dipartimento di Matematica,  
Aula Seminari

## Gruppo di Torelli e omomorfismo di Johnson

Daniele Celoria  
Università di Firenze

---

### Abstract

Iniziamo con un rapido ripasso su generatori e relazioni nel Mapping Class Group di una superficie, introducendone la rappresentazione simplettica; daremo quindi alcune definizioni dell'omomorfismo di Johnson, arrivando ad analizzare la filtrazione indotta sul Mapping Class Group di una superficie compatta con bordo.  
La trattazione presuppone solamente nozioni di base su superfici e topologia algebrica.

---

○

# Seminari dei Baby-Geometri

---

Martedì 18 Febbraio 2014  
Ore 17:00  
Dipartimento di Matematica,  
Sala Seminari

## Il teorema del toro piatto

Kirill Kuzmin

Scuola Normale Superiore, Pisa

---

### Abstract

Il teorema del toro piatto è un classico della serie che lega la geometria di uno spazio all'algebra del suo gruppo fondamentale. Dimostrato indipendentemente da due gruppi di ricerca all'inizio degli anni '70, afferma che un sottogruppo del gruppo fondamentale di una varietà riemanniana non positivamente curvata isomorfo a  $\mathbb{Z}$  implica la presenza di tori piatti totally geodetically immersed nella varietà. Noi vedremo una versione di questo teorema in un contesto più generale di spazi metrici non positivamente curvi alla Aleksandrov.

---

○

# Seminari dei Baby-Geometri

---

Mercoledì 26 Febbraio 2014  
Ore 16:00  
Dipartimento di Matematica,  
Aula Magna

## Coomologia limitata e volume simpliciale

Roberto Frigerio  
Università di Pisa

---

### Abstract

Introdotti da Gromov nel 1982, coomologia limitata e volume simpliciale costituiscono degli interessanti invarianti omotopici di spazi topologici (il volume simpliciale è in realtà definito solo per varietà). Dopo avere introdotto le nozioni necessarie, in questo seminario esporrò qualche calcolo esplicito di questi invarianti, descrivendone poi alcune applicazioni classiche e qualche proprietà dimostrata più recentemente.

---

○



# Seminari dei Baby-Geometri

---

Martedì 04 Marzo 2014  
Ore 16:00  
Dipartimento di Matematica,  
Aula Seminari

## Un'introduzione alla Geometria non-Kähleriana (verso il Lato Oscuro della Geometria Complessa)

Daniele Angella  
Istituto Nazionale di Alta Matematica

---

### Abstract

In geometria complessa, la geometria Kähleriana rappresenta, in un certo senso, la controparte analitica della geometria proiettiva algebrica.

Da un lato, questa vicinanza al caso proiettivo fornisce strumenti molto forti per lo studio della geometria di varietà Kähleriane. Ad esempio, rende possibile confondere la coomologia di de Rham (che è un invariante topologico) con coomologie più specificatamente complesse.

Dall'altro, (purtroppo, o per fortuna) non tutte le varietà complesse sono Kähleriane. Da questo punto di vista, avere a disposizione coomologie diverse significa avere a disposizione un maggior numero di strumenti.

Lo scopo del seminario è introdurre alcune idee e strumenti di base per lo studio della geometria di varietà non-Kähleriane.

(Per i risultati originali che vedremo, oltre al contributo implicito ma fondamentale di parecchie altre persone, va ricordata la collaborazione con A. Tomassini, H. Kasuya, F. A. Rossi, M. G. Franzini, S. Calamai)

---

○

# Seminari dei Baby-Geometri

---

Giovedì 13 Marzo 2014  
Ore 15:00  
Dipartimento di Matematica,  
Aula Seminari

## Quandles e colorazioni minimali

Carlo Collari

Università di Firenze

---

### Abstract

In questo seminario si vogliono illustrare alcune proprietà di racks e quandles e della loro omologia e coomologia; in particolare verranno descritti i legami tra quandles e colorazioni di nodi e tra colorazioni e coomologia di quandles.

Introdurremo alcune nozioni come quella di somma di stati e shadow coloring e colorazioni di Fox; legheremo queste ultime alle colorazioni ai quandles ricavandone alcune proprietà particolari.

Come applicazione illustreremo un risultato ottenuto da Masahico Saito ([SaiMN]), riguardante il numero minimo di colori di Fox utilizzabili per colorare nodi 7-colorabili che ammettono colorazioni, in un certo senso, non troppo banali.

[SaiMN] M. Saito, The Minimum Number of Fox Colors and Quandle Cocycle Invariants, *J. Knot Theory Ramifications*, **19** (2010), no. 11, 1449-1456  
(MR2746197, Zbl 1220.57003)

# Seminari dei Baby-Geometri

---

Marcoledì 19 Marzo 2014  
Ore 14:00  
Dipartimento di Matematica,  
Aula Seminari

## Principi di simmetria in analisi geometrica

Lorenzo Mazziere  
Scuola Normale Superiore, Pisa

---

### Abstract

Discuteremo con l'aiuto di esempi alcune tecniche di classificazione per soluzioni di problemi geometrici sovradeterminati.

---

○

# Seminari dei Baby-Geometri

---

Giovedì 27 Marzo 2014  
Ore 15:00  
Dipartimento di Matematica,  
Aula Riunioni

## Il teorema della Sfera

Francesco Geraci  
Università di Firenze

---

### Abstract

Il teorema della sfera è un profondo risultato di geometria globale che lega proprietà metriche, come limitazioni della curvatura sezionale, a proprietà topologiche. Una varietà Riemanniana  $M^n$  compatta, semplicemente connessa la cui curvatura sezionale rispetta  $\frac{1}{4} < K \leq 1$  è omeomorfa alla sfera  $S^n$ .

---

○

# Seminari dei Baby-Geometri

---

Mercoledì 02 Aprile 2014  
Ore 14:00  
Dipartimento di Matematica,  
Aula Magna

## Evoluzioni Geometriche

Carlo Mantegazza  
Scuola Normale Superiore, Pisa

---

### Abstract

Nel mio intervento cercherò di fare una panoramica sul soggetto dei flussi geometrici, discutendo motivazioni, tecniche, risultati e problemi aperti. Presenterò i due filoni principali: il flusso di Ricci di varietà riemanniane astratte e il moto per curvatura media di sottovarietà immerse nello spazio euclideo. Tempo permettendo, menzionerò altri esempi di flussi di oggetti geometrici correlati a questi.

---

○

# Seminari dei Baby-Geometri

---

Venerdì 11 Aprile 2014  
Ore 14:00  
Dipartimento di Matematica,  
Aula Seminari

## Geodetiche su spazi di moduli di metriche

Simone Calamai  
Università di Firenze

---

### Abstract

Fissata una varietà liscia  $M$ , si vuole determinare la geometria di spazi di moduli di metriche Riemanniane su  $M$ , eventualmente infinito dimensionali.

Parlerò di esempi classici e loro applicazioni e risultati più recenti in collaborazione con David Petrecca e Kai Zheng.

---

○

# Seminari dei Baby-Geometri

---

Martedì 15 Aprile 2014  
Ore 15:00  
Dipartimento di Matematica,  
Aula Seminari

## Omologia di Lee e cobordismi forti di link

Alberto Cavallo  
Università di Pisa

---

### Abstract

Cominceremo col dare la definizione di cobordismo forte tra link e studieremo il comportamento delle mappe che esso induce in omologia di Lee. In seguito applicheremo i precedenti risultati ai link pseudo-sottili e, per tali link, daremo un bound inferiore al genere slice forte, ossia il minimo genere di un cobordismo forte tra un dato link con  $n$  componenti e l' $n$ -unlink. Vedremo, infine, alcuni esempi in cui calcoleremo esplicitamente tale genere.

---

○

# Seminari dei Baby-Geometri

---

Mercoledì 30 Aprile 2014  
Ore 14:00  
Dipartimento di Matematica,  
Aula Riunioni

## Teorie di gauge e connessioni su fibrati principali

Alessandro Malusà  
Scuola Normale Superiore, Pisa

---

### Abstract

In questo seminario vorrei presentare alcune caratteristiche peculiari delle teorie da gauge a partire da esempi fisici. Nella prima parte discuterò un problema semi classico in QED (effetto Aharonov-Bohm), introducendo la possibilità di formularlo in termini di un fibrato principale. Nella seconda, invece, darò due definizioni equivalenti di connessione su un fibrato principale mostrando il legame tra queste e il potenziale vettore in elettrodinamica.

---

○



# Seminari dei Baby-Geometri

---

Mercoledì 14 Maggio 2014  
Ore 14:30  
Dipartimento di Matematica,  
Aula Seminari

## Introduzione alla teoria geometrica dei gruppi

Federico Vigolo  
Scuola Normale Superiore, Pisa

---

### Abstract

La teoria geometrica dei gruppi trae origine in larga parte da lavori di Gromov di fine anni '80. Da allora è stata una materia molto viva e di notevole interesse, grazie soprattutto alle profonde connessioni con altre materie tra cui la topologia in bassa dimensione, la geometria iperbolica e la teoria dei gruppi computazionale. Durante il seminario, introdurrò gli oggetti fondamentali della teoria geometrica dei gruppi, cioè grafi di Cayley e quasi-isometrie. Successivamente parlerò di crescita di gruppi, del Lemma di Milnor-Svarc e concluderò parlando un pochino di  $\delta$ -iperbolicità.

---

○

# Seminari dei Baby-Geometri

---

Lunedì 19 Maggio 2014  
Ore 14:30  
Dipartimento di Matematica,  
Aula Riunioni

## Il mapping class group di una superficie

Antonio Alfieri  
Università di Pisa

---

### Abstract

Lo scopo principale del seminario è introdurre il mapping class group di una superficie, calcolare questo gruppo in alcuni casi particolari e studiarne l'azione sullo spazio delle curve sulla superficie allo scopo di dare una dimostrazione del teorema di Dhen-Lickorish (che assicura che il mapping class group è generato da una classe di mappe molto particolari: i twist di Dhen).

Principalmente per motivare lo studio del mapping class group, accennerò anche alle connessioni dello studio del mapping class group con quello della topologia delle varietà di dimensione tre.

---

○

# Seminari dei Baby-Geometri

---

Mercoledì 21 Maggio 2014  
Ore 14:30  
Dipartimento di Matematica,  
Aula Riunioni

## Gli invarianti quantistici di Reshetikhin-Turaev-Witten

Giulio Belletti  
Scuola Normale Superiore, Pisa

---

### Abstract

Nel 1984 V. Jones definisce un nuovo invariante polinomiale di nodi e link, usando una certa rappresentazione dei gruppi di trecce. Nel 1989 E. Witten dà un'interpretazione fisica di tale invariante e prevede che il polinomio di Jones possa essere esteso a un insieme di invarianti di 3-varietà. Un anno più tardi Reshetikhin e Turaev, usando le rappresentazioni dei gruppi quantistici di Drinfel'd, danno una definizione rigorosa per tali invarianti. In questo seminario presenterò una costruzione (quasi) elementare (dovuta a Lickorish) degli invarianti di Reshetikhin-Turaev-Witten, e discuterò alcuni problemi ad essi collegati.

---

○

# Seminari dei Baby-Geometri

---

Giovedì 22 Maggio 2014  
Ore 15:00  
Dipartimento di Matematica,  
Aula Seminari

## Un'introduzione allo spazio di Teichmüller

Leone Slavich  
Università di Firenze

---

### Abstract

Lo scopo del seminario è di fornire una panoramica su una serie di risultati classici riguardanti lo spazio di Teichmüller. Lo spazio di Teichmüller di una superficie ne parametrizza le strutture complesse.

Dopo averne dato la definizione, procederò a descriverne la topologia, introducendo le coordinate di Fenchel-Nielsen, e la geometria, introducendo la metrica di Teichmüller. Infine, descriverò l'azione del mapping class group della superficie sullo spazio di Teichmüller. Se il tempo lo permette, accennerò alla compattificazione dello spazio di Teichmüller tramite lo spazio delle foliazioni misurate, e alla dimostrazione del teorema di Nielsen-Thurston di classificazione degli automorfismi delle superfici.

---

○

# Seminari dei Baby-Geometri

---

Mercoledì 28 Maggio 2014  
Ore 14:30  
Dipartimento di Matematica,  
Aula Seminari

## Topology of hyperplane arrangements

Alexandru Suciu

Northeastern University, Boston, US

---

### Abstract

Much of the fascination with arrangements of complex hyperplanes comes from the rich interplay between the combinatorics of its intersection lattice and the algebraic topology of its complement. A key bridge between the two is provided by the geometry of two sets of algebraic varieties associated to the complement: the resonance varieties of the cohomology ring and the characteristic varieties of the fundamental group.

---

o

---