

ALCUNI ASPETTI DELLA TOPOLOGIA SENZA PUNTI

Anna Tozzi – Università de L'Aquila

La struttura topologica in una categoria qualsiasi X è stata introdotta inizialmente mediante un operatore di chiusura da Clementino, Giuli, Tholen nel 1996 e 1997 in “Topology in a category: compactness” e “Separation versus connectedness”. Nel 1999 Tholen (“A categorical guide to separation, compactness and perfectness”) presenta esplicitamente l’approccio funzionale, cioè la costruzione di una topologia in una categoria mediante una classe di “morfismi chiusi”. Negli ultimi anni il lavoro di ricerca in questo ambito è consistito nel tradurre in termini “funzionali” tutti i risultati ottenuti mediante gli operatori: la separazione di Hausdorff, la compattezza, la compattezza locale, la connessione e locale connessione. Analogamente al caso degli operatori la teoria contiene come casi particolari sia la topologia usuale che quella senza punti.

Analogie e legami soprattutto nel settore dei completamenti si trovano con un altro filone di ricerca, la teoria generale dell’approssimazione. In particolare Banaschewski, Pultr “Scott information Systems, Frames and Domains”, dimostrano che i DCPO continui sono precisamente gli oggetti completi (nel senso di Brummer, Giuli, Herrlich). Pultr-Tozzi dimostrano infine che varie categorie basate sui sistemi di informazione continui di Vickers e le corrispondenti categorie di domini continui (domini algebrici, domini di Scott, reticoli continui, ecc) sono le categorie sia di Kleisli che di Eilenberg-Moore di monadi di ideali e il funtore di ideali viene a rappresentare il completamento nel senso di Brummer, Giuli, Herrlich.

Riferimenti bibliografici:

- [1] Banaschewski B., Pultr A., Scott information Systems, Frames and Domains, Mathematik-Arbeitspapiere (Universitat Bremen), 54, 35-46, 2000
- [2] Banaschewski B., Pultr A., A constructive View of Complete Regularity, Kyungpook Mathematical Journal 43 (2) 257-262, 2003
- [3] Clementino M.M., Tholen W., Metric, topology and multicategory - a common approach, J. Pure Appl. Algebra 179, 13-47, 2003
- [4] Giuli E., On classes of To-spaces admitting completions, Applied General Topology 4, 143-155, 2003
- [5] Giuli E., Zariski closure, completeness and compactness, Topology Appl., to appear
- [6] Pultr A., Tozzi A., Some categorical aspects of information systems and domains, preprint