

Nome:

Matricola:

Algebra Lineare

Quarto appello 5 Maggio 2023

Esercizio 1.

Dire quali dei seguenti sottoinsiemi dello spazio dei polinomi $\mathbb{R}[x]$ sono sottospazi e in caso positivo calcolarne la dimensione.

- $V_1 = \{p \in \mathbb{R}[x] \mid \deg p = 7\}$.
- $V_2 = \{p \in \mathbb{R}[x] \mid p \text{ ha solo monomi di grado dispari}\}$.
- $V_3 = \{p \in \mathbb{R}[x] \mid 0 \text{ e } 1 \text{ sono radici di } p\}$.
- $V_4 = \{p \in \mathbb{R}[x] \mid p \text{ ha come radici solo } 0 \text{ e } 1\}$.

Esercizio 2.

Sia $H = \{(x_1, x_2, x_3, x_4) \in \mathbb{R}^4 \mid x_1 + x_3 = 0, x_2 - x_4 = 0\}$. Sia $T : \mathbb{R}^4 \rightarrow \mathbb{R}^4$ l'endomorfismo con le seguenti proprietà.

1. H e H^\perp sono invarianti per T .
2. $T|_H$ è una rotazione di $\frac{\pi}{3}$ e $T|_{H^\perp}$ è la simmetria rispetto a 0.

Scrivere la matrice associata a T rispetto ad una base di \mathbb{R}^4 formata da una base di H e una base di H^\perp e la matrice di T rispetto alla base canonica.

Esercizio 3.

Sia S la simmetria di \mathbb{R}^n rispetto ad un sottospazio H .

Dimostrare che S è una matrice simmetrica.

Ci sono altre matrici ortogonali simmetriche oltre alle simmetrie?

Si ricorda che una simmetria S rispetto ad un sottospazio $H \subset \mathbb{R}^n$ di dimensione h , $0 \leq h \leq n - 1$, è una applicazione che su H è l'identità e su H^\perp è meno l'identità.