

Nome

Matricola

ALGEBRA LINEARE

Quarto appello 14/6/2016

Esercizio 1.

Sia $\mathbb{R}_3[x]$ lo spazio vettoriale dei polinomi a coefficienti reali di grado minore o uguale a 3. Si consideri l'insieme $L = \{f : \mathbb{R}_3[x] \rightarrow \mathbb{R} \mid f \text{ è lineare} \}$.

1. Dimostrare che L è uno spazio vettoriale e calcolarne la dimensione.
2. Se $V \subset \mathbb{R}_3[x]$ è un sottospazio vettoriale di dimensione p , dimostrare che $V' = \{f \in L \mid V \subset \text{Ker} f\}$ è un sottospazio vettoriale di L e calcolarne la dimensione.

Esercizio 2.

Discutere, al variare dei parametri reali a, b la risolubilità del sistema seguente.

$$\begin{cases} x + ay - z = 1 \\ ax + y - 3z = 3 - b \\ (a+1)y + z = 1 \end{cases}$$

Esercizio 3. Sia $f : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ una applicazione lineare tale che $f^2 \neq 0, f^3 = 0$. Dimostrare che:

1. $\text{Ker } f \subset \text{Ker } f^2 \subset \text{Ker } f^3 = \mathbb{R}^3$
2. $\text{Ker } f \neq \text{Ker } f^2 \neq \text{Ker } f^3$
3. f non è diagonalizzabile.

Esercizio 4

Calcolare tutte le radici del polinomio $X^4 + 3x^3 - 6x^2 + 3x - 7$.