

Nome

Matricola

## ALGEBRA LINEARE

Sesto appello 24/07/2018

### Esercizio 1

Sia  $A$  una matrice a  $n$  righe e a  $n$  colonne a coefficienti reali. Supponiamo che valga la seguente formula.

$$A^2 - 4A + 3I = 0$$

dove  $I$  è la matrice identrica.

1. Calcolare gli autovalori (reali e complessi) di  $A$
2. Dimostrare che  $A$  è diagonalizzabile.

**Esercizio 2.**

Sia  $t$  un parametro reale e sia

$$B_t = \begin{pmatrix} 1 & -t & t-1 & t^2 \\ -1 & t+1 & 2t-2 & -t \\ 0 & 0 & t+1 & 1-t \\ 0 & 0 & 1 & t \end{pmatrix}.$$

1. Per quali valori di  $t$  gli autovalori di  $B_t$  sono tutti reali?
2. Per quali valori di  $t$   $B_t$  è diagonalizzabile?

**Esercizio 3.**

Costruire, se possibile, una applicazione lineare  $T : \mathbb{R}^4 \rightarrow \mathbb{R}^4$  con queste proprietà.

1.  $T(e_4) \neq 0$  e  $\langle T(e_4), e_4 \rangle = 0$ .

2.  $T(\text{span}\{e_1, e_2, e_3\}) = T(e_4)^\perp$

Se è stato possibile costruire  $T$  si chiede se la  $T$  costruita è invertibile oppure no.