

Algebra Lineare  
Prova scritta del 5 Luglio 2016

**Esercizio 1.**

Sia  $A$  una matrice simmetrica  $n \times n$  non invertibile e siano  $K \subset \mathbb{R}^n$  il nucleo di  $A$  e  $H = K^\perp$  il suo ortogonale.

Dimostrare che il sottospazio  $H$  è invariante per  $A$ , cioè  $A(H) \subset H$ .

**Esercizio 2.**

Per quali valori del parametro reale  $a$  la seguente matrice è triangolabile su  $\mathbb{R}$ ?

$$\begin{pmatrix} -1 & 2a & 3 & 4a \\ 1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 2a & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

**Esercizio 3.**

Si consideri la matrice

$$A_{4,3} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \\ 1 & -1 & 0 \\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$$

Determinare se esistono matrici  $B_{3,3}$  e  $C_{4,4}$  tali che  $A_{4,3}B_{3,3} = 0_{4,3}$  e  $C_{4,4}A_{4,3} = 0_{4,3}$ .