

Nome:

Matricola:

ALGEBRA LINEARE

Quarto appello 12/06/2018

Esercizio 1

Sia A una matrice con p righe e q colonne e B un'altra matrice con q righe e r colonne. Dimostrare che il rango di AB è minore o uguale sia del rango di A che del rango di B

Esercizio 2.

Delle seguenti affermazioni dire, motivando la risposta, quali sono vere e quali false.

1. Se A è una matrice simmetrica, allora è diagonalizzabile.
2. Se A è diagonalizzabile allora è simmetrica.
3. Esistono matrici ortogonali non invertibili.
4. Gli autovalori reali o complessi di una matrice ortogonale hanno modulo 1.
5. L'insieme delle matrici quadrate non invertibili è un sottospazio dello spazio delle matrici quadrate.
6. Se tre vettori di uno spazio vettoriale sono a due a due indipendenti allora sono indipendenti.

Esercizio 3.

Discutere il seguente sistema al variare dei parametri reali a, b .

$$\begin{cases} x + (a+2)y - 2z = 0 \\ -x + ay = 0 \\ x + y + (a+2)^2z = b \end{cases}$$

Esercizio 4.

Sia A una matrice 3×3 a coefficienti reali. Siano $a \neq b$ gli autovalori di A con molteplicità algebrica rispettivamente 1 e 2. Siano $v_a, v_b \in \mathbb{R}^3$ autovettori rispettivamente relativi ad a e b e sia v un terzo vettore tale che v_a, v_b, v sia una base di \mathbb{R}^3 . Dimostrare che in questa base la matrice B dell'endomorfismo definito da A è triangolare e gli elementi sulla diagonale sono: $b_{11} = a, b_{22} = b, b_{33} = b$.