Nome **Matricola**

ALGEBRA LINEARE

Primo appello 15/1/2020

Esercizio 1.

Discutere, al variare dei parametri reali a, b la risolubilità del sistema seguente.

$$\begin{cases} \text{-2x +2(a+1)y +(3-2a)z = b} \\ \text{4ay = 0} \\ \text{-2ax +2(a-1)y -z= b} \\ \text{2(a+1)x -8ay+2(a-2)z = -2b} \end{cases}$$

Esercizio 2. Sia A una matrice $n \times n$ a coefficienti reali e sia $m_A(x) = x^3 - x^2 + x - 1$ il suo polinomio minimo.

1. Dimostrare che l'unico autovalore reale di A è 1.
2. È A diagonalizzabile o triangolabile come matrice reale?
3. È A diagonalizzabile come matrice complessa?

Esercizio 3.

Nello spazio vettoriale $\mathbb{R}^4$ si consideri il sottospazio

$$W = span\{e_1 + e_2, e_2 + e_3, e_3 + e_4\},$$

dove e_1, e_2, e_3, e_4 sono i vettori della base canonica di $\mathbb{R}^4$.

- Dimostrare che $\dim W = 3$ e calcolarne l'equazione.
- Costruire una applicazione lineare $T : \mathbb{R}^4 \to \mathbb{R}^4$ con le seguenti proprietà:
    1. il nucleo di T ha dimensione 1,
    2. $T(W) \subset W$,
    3. $T_{|W} : W \to W$ è ortogonale cioè conserva il prodotto scalare dei vettori di W.