

Nome:

Matricola:

## Algebra Lineare

Primo appello 15/01/2019

### Esercizio 1.

Sia  $A$  una matrice quadrata  $n \times n$  tale che  $A^3 - 6A^2 + 11A - 6I = 0$ .

1. Quali sono i possibili autovalori di  $A$ ?
2. Dimostrare che  $A$  è diagonalizzabile.

**Esercizio 2.**

Sia

$$M_a = \begin{pmatrix} a & 0 & -1 & a^2 \\ 2 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -a \\ 0 & 0 & a & -1 \end{pmatrix}$$

- a) Dire per quali valori di  $a \in \mathbb{R}$  la matrice  $M_a$  è triangolabile.
- b) Dire per quali valori di  $a \in \mathbb{R}$  la matrice  $M_a$  ha autovalori di molteplicità algebrica maggiore di 1.
- c) Per  $a = 0$  trovare una base rispetto alla quale  $M_0$  abbia forma triangolare.

### Esercizio 3.

- a Costruire se esiste una applicazione lineare  $f : \mathbb{R}^5 \rightarrow \mathbb{R}^5$  con queste proprietà.
1. Il sottospazio  $H = \text{span}\{v_1 = (1, 1, 0, 0, 0)^T, v_2 = (1, 0, 1, 0, 0)^T, v_3 = (0, 0, 0, 1, 1)^T\}$  sia invariante per  $f$ .
  2.  $f(v_1) = v_2, f(v_3) = v_3$ .
  3. Lo spazio  $H' = H^\perp$  sia invariante per  $f$
- b L'applicazione che hai costruito è invertibile? Si sarebbe potuta costruire invertibile?
- c L'applicazione che hai costruito è ortogonale? Si sarebbe potuta costruire ortogonale?