

9. COMPITI A CASA — 22 GENNAIO 2007

Esercizio 9.1. Qual è la funzione lineare passante per i punti $(0, 1)$, $(1, 0)$? Quali sono tutte le funzioni lineari passanti per il punto $(0, 1)$? Qual è la funzione quadratica passante per i punti $(0, 1)$, $(1, 0)$, $(2, -2)$? Quali sono tutte le funzioni quadratiche passanti per i punti $(0, 1)$, $(1, 0)$? Qual è il polinomio di terzo grado passante per i punti $(-1, 0)$, $(0, 1)$, $(1, 0)$, $(2, -2)$? Quali sono tutti i polinomi di terzo grado passanti per i punti $(-1, 0)$, $(0, 1)$, $(1, 0)$?

Esercizio 9.2. Abbiamo raccolto i dati in tabella:

x	y
-2	-8
-1	-1
0	0
1	3
2	14.

Esiste una retta passante per i dati? Una funzione quadratica? Un polinomio di terzo grado? Qual è il polinomio di quarto grado passante per i dati?

Esercizio 9.3. Scrivi l'espressione esplicita di una funzione quadratica passante per i punti $(-1, 0)$, $(1, 0)$ e con

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} = +\infty.$$

Esercizio 9.4. Scrivi l'equazione di una parabola con la concavità verso il basso e con vertice in $(0, 10)$. In quali punti interseca l'asse x ?

Esercizio 9.5. $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ è una funzione continua monotona crescente con limiti all'infinito

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) &= -\infty, \\ \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) &= +\infty. \end{aligned}$$

Scrivi l'espressione esplicita di una tale f .

Esercizio 9.6. $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ è una funzione continua monotona crescente nell'intervallo $(0, +\infty)$ con limiti all'infinito

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) &= +\infty, \\ \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) &= +\infty. \end{aligned}$$

Scrivi l'espressione esplicita di una tale f .

Esercizio 9.7. $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ è una funzione continua monotona crescente nell'intervallo $(-\infty, 0)$ con limiti all'infinito

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) &= -\infty, \\ \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) &= -\infty. \end{aligned}$$

Scrivi l'espressione esplicita di una tale f .

Esercizio 9.8. Esistono funzioni continue monotone crescenti $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ con

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = +\infty?$$

Se sì, scrivi l'espressione esplicita di tale f . Se no, perché?

Esercizio 9.9. Esistono funzioni continue monotone crescenti $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ con

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 10^{100}?$$

Se sì, scrivi l'espressione esplicita di tale f . Se no, perché?

Esercizio 9.10. $f : (-\infty, 0) : \mathbb{R}$ è una funzione continua tale che

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 0,$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = +\infty.$$

Scrivi (se possibile) l'espressione esplicita di una tale f che sia:

- (1) monotona crescente;
- (2) monotona decrescente;
- (3) iniettiva;
- (4) suriettiva;
- (5) biiettiva.

Quando non è possibile, perchè non lo è?

Esercizio 9.11. Scrivi l'espressione esplicita di una funzione $f : (-\infty, 0) \rightarrow \mathbb{R}$, continua, tale che

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 0,$$

$$f(-1) = 10.$$

Esercizio 9.12. Quali delle seguenti funzioni sono (strettamente) monotone? Quali (strettamente) crescenti? Quali (strettamente) decrescenti?

- (1) $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 2x + 1$;
- (2) $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^2 + x$;
- (3) $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 2$;
- (4) $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^3$;
- (5) $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^3 - x$;
- (6) $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{1}{x^2+1}$;
- (7) $f : \mathbb{R}^+ \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \sqrt{x} - 1$;
- (8) $f : \mathbb{R}^+ \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = -\sqrt{x} + 1$;
- (9) $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$,

$$f(x) = \begin{cases} 0 & \text{se } x \leq 0 \\ x^2 & \text{se } x > 0. \end{cases}$$

Disegna il grafico delle precedenti funzioni.

Esercizio 9.13. Qual è l'equazione dell'iperbole equilatera (riferita agli assi cartesiani) passante per il punto $(2, 1)$?

Esercizio 9.14. Abbiamo raccolto i seguenti dati. Supponiamo che tra la variabile

Dato	x	y	x^2	y^2	$x + y$	$x - y$	xy
1)	10	10	100	100	20	0	100
2)	15	14	225	196	29	1	210
3)	20	21	400	441	41	-1	420
4)	25	23	625	529	48	2	575
5)	30	27	900	729	57	3	810
Medie	20	19	450	399	39	1	423

x e la variabile y ci sia una dipendenza lineare nell'intervallo studiato. Qual è l'equazione della retta di regressione? Qual è il coefficiente di Pearson? Possiamo confermare l'ipotesi iniziale di dipendenza lineare?